

БАЙЖАНОВ САЯН САМАТОВИЧ

6D060100 – «Математика» мамандығы бойынша
философия докторы (PhD) дәрежесін алуға

ТӘУЕЛДІ ТЕОРИЯЛАРДЫҢ МОДЕЛДЕРІН БАЙЫТУ КЕЗІНДЕГІ ҚАСИЕТТЕРДІҢ САҚТАЛУЫ ТУРАЛЫ

тақырыбындағы диссертациясына

АҢДАТПА

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Қазіргі уақытта модельдер теориясындағы зерттеудің негізгі бағыттарының бірі, математикалық логиканың бір саласы - модельдерді жаңа қатынастармен кеңейту.

Модельдер теориясының негізгі тақырыбы - бірінші ретті теорияларды жіктеу. Жіктеудегі алғашқы жуықтау Шелахтың тұрақты теориясы болды. Жақында кеңейтілген және қазір NIP теорияларын қамтиды.

T теориясы тәуелсіздік қасиетіне ие болады (IP), егер кейбір формула үшін $\varphi(\bar{x}, \bar{y})$ әрбір \mathfrak{M} моделінде әрбір $n < \omega$ үшін, $\bar{b}_1, \dots, \bar{b}_n$ кортеждерінің отбасы болса, n-дің әр I жиыны үшін $\mathfrak{M} \models \varphi(\bar{a}_I, \bar{b}_I) \Leftrightarrow i \in I$. болатындай $\bar{a}_I \in \mathfrak{M}$ кортежі болады, егер мұндай формула болмаса, онда T тәуелсіздікке ие емес деп айтады меншік (NIP).

Толық теорияларды зерттеудің маңызды бөлігі жаңа қатынастардағы жағдайды толық қолда бар теорияның моделін жаңа қолтаңбаға өзгерту немесе сақтау үшін қажетті және / немесе жеткілікті дәрежеде зерттеу болып табылады. NIP теорияларындағы маңызды теориялардың қатарына тұрақты теориялармен қатар о-минималды теориялар кіреді, ал о-минималды теорияларды қоса алғанда, әлсіз о-минималды теориялар. Олардың екеуі де толығымен реттелген теориялардың кластары, өйткені бұл теориялардың әрбір моделі үшін әрбір анықталатын ішкі жиынтық минималды теорияның интервалдарының немесе әлсіз минималды теорияның дөңес жиынтықтарының ақырғы бірігуі болып табылады. Бұл теориялар кластары осы жұмысты зерттеудің негізгі шеңберінде.

Модельдер теориясының жетекші мамандары, мысалы Б.И. Зильбер, Э.Хрушовский, А.Несин, Б.Пойзат, Г.Черлин, Дж.Болдуин, Э.Бускарен, А.Уилки, Ч. Штайнхорн, Д.Макферсон, Д.Маркер, Б.Байжанов, Ш.Шелах, М.Бенедикт, А.Пиллай кеңейтудің әр түрлі мәселелерінде терең нәтижелерге қол жеткізді.

Дж.Т. Болдуин мен К.Холланд модельдердің толық теориясына ие болу үшін бірыңғай предикаттармен күшті минималды модельдің кез келген ω_1 -категориялық кеңеюіне жеткілікті жағдай тапты. Бастапқы теориясы кванторлық жоюды қабылдайтын нақты сандардың өрісі шешімді және о-

минималды, ал бірімәнді экспоненциалды функцияның кеңеюі Алекс Уилкидің толық және о-минималды теориясының моделіне ие. В.С. Байжанов кейбір қарапайым кеңейту кезінде параметрлері бойынша анықталатын біртұтас бөлшекті функциялар класы осы кеңейтімдегі бастапқы тілдегі параметрлермен анықталатын біртұтас бөлшекті функциялар класына сәйкес келмейтіндігін дәлелдеді, егер ол тек минималды кеңею болса тығыздықты минималды және сандық жоюды мойындайтын Т теориясының моделі маңызды болады. Макферсон-Маркер-Штайнгорн әлсіз минималды құрылымды дөңес унарлы предикаттың ерекше түрімен кеңейту әлсіз минималдылықты сақтайтындығын дәлелдеді. В.С. Байжанов әлсіз минималды теорияларды бірыңғай дөңес предикатпен кеңейту мәселесін шешті. Б. Ш. Күлпешов әлсіз минималды теориялардың сипаттамасын бір типтегі анықталатын жиынтықтардың дөңестігі тұрғысынан алды және дөңестік дәреже ұғымын енгізді. Диссертация толық емес NIP теорияларының мүлдем жаңа класы болып табылатын әлсіз минималды шектеулі теориялардың кеңеюін жіктеуге қатысты.

Зерттеудің басқа бағыты - сыртқы анықталатын жиынтықтар мен кеңею, оны алдымен Д.Макферсон, Д.Маркер және Ч. Штейнхорн. $M = \langle M, \Sigma \rangle$, $N = \langle N, \Sigma \rangle$ қолтаңбаның екі құрылымы болсын, мысалы $M < N$. Біз $A \subset M$ жиынтығы сыртқы анықталатын деп айтамыз, егер $A = \varphi(N, \alpha) \cap M$ кейбір N-формулалар үшін, $\alpha \in N \setminus M$. Макферсон-Маркер-Штайнхорн әлсіз о-минималды теорияның кез-келген кеңеюі, мысалы, барлық типтер дара болатындай, бірыңғай дөңес предикатпен сырттан анықталатын әлсіз-минималды болатындығын дәлелдеді.

Жұмыстың мақсаттары.

Жұмыс модельдерді кеңейту кезінде белгілі бір қасиеттерді (әлсіз минималдылық, едәуір минималдылық, есептік категориялық, модель толықтығы, дөңес дәрежесі және басқаларын) сақтау мәселелерін зерттеуге арналған. Жұмыстың мақсаты:

1. Унариалды предикаттарды кеңейту арқылы модельдердің белгілі бір қасиеттерін сақтау мәселелерін зерттеу.
2. Эквиваленттік қатынастарды кеңейту арқылы модельдердің белгілі бір қасиеттерін сақтау мәселелерін зерттеу.
3. Еркін екілік предикаттарды кеңейту арқылы модельдердің белгілі бір қасиеттерін сақтау мәселелерін зерттеу.

Қорғауға шығарылатын жағдайлар:

1. Дөңес унарлы предикаттардың ақырлы жанұясымен ақырғы дөңес дәреженің саналы категориялық әлсіз о-минималды теориясының моделін кеңейту кезінде есептелетін категорияны да, дөңес дәрежені де сақтау.
2. Дөңес унарлы предикаттардың ақырғы жанұясымен едәуір категориялық едәуір минималды теория моделін кеңейту кезінде есептелетін категориялықты, дөңес дәрежені және әбден минималдылықты сақтау.
3. Ғаламды шексіз бөлетін эквиваленттік қатынас бойынша ақырғы дөңес дәреженің 1-анықталмайтын саналы категориялық әлсіз о-минималды теориясының моделін кеңейту кезінде есептелетін категориялықты да, әлсіз

минималдылықты да (және қосымша 1-анықталмаушылықты) сақтау критерийі көптеген шексіз дөңес кластар.

4. 1-дөңестіктің кез-келген екілік предикат бойынша 1-анықталмайтын саналы категориялық әлсіз о-минималды теорияның әлсіз о-минималды кеңеюі үшін есептелетін категорияны сақтау критерийі.

5. 1-дегі анықталмайтын, едәуір категориялық әлсіз о-минималды теорияның ерікті екілік предикатпен әлсіз о-минималды кеңеюі үшін есептелетін категорияны сақтау критерийі.

6. Әлсіз о минималды реттелген топты сыртқы анықталатын екілік предикатпен кеңейту кезінде әлсіз минималдылықты сақтау.

Зерттеу объектісі – толық NIP теориялары (тәуелсіздік қасиеті жоқ теориялар) және олардың модельдер кластары. Атап айтқанда, ҰИП теорияларына тұрақты және әлсіз минималды теориялар жатады..

Зерттеу субъектісі – NIP теорияларының модельдері, олардың қасиеттері және осы модельдердің бір немесе екілік предикаттармен немесе эквиваленттік қатынастармен кеңею кезіндегі қасиеттері.

Зерттеу әдістеріне Классикалық модель теориясының әдістерін (мысалы, кванторларды жою әдісі), соның ішінде модель теориясында 1980 ж. Және одан кейінгі кезеңдерде жасалған әдістерді қамтиды. Олардың ішінде о-минимум және о-минимум варианттары сияқты түсініктерге негізделген реттелген құрылымдарды зерттеу әдістемесін атап өтуге болады. Мұндай жағдайларда бір еркін айнымалысы бар формуламен анықталатын жиынтықтарға қатаң шектеулер қолдану тән. Сонымен, О-минималды құрылымды L-құрылым деп санауға болады, мұндағы $L \supset L_0 = \{<\}$, $<$ - бұл M-дегі сызықтық тәртіп, ал M құрылымының әрбір анықталатын ішкі жиыны кванторсыз L_0 -анықталатын. Ол басқа анықтамалар үшін шаблон береді: L_0 -ны басқа белгісіз тілге ауыстырыңыз, L_0 -редукциясы шартты түрдегі L-құрылымдарын қарастырыңыз (мысалы, сызықтық тәртіп) және біз M құрылымының әрбір анықталатын ішкі жиыны (кванторы) болуын талап етеміз -тегін) L_0 -анықталатын (біз мұны осы теорияның барлық модельдері үшін сұрай аламыз). Бұдан басқа, соңғы 20 жылда жасалған құрылымдық құрылымдарды зерттеу әдістерін атап өтуге болады, мысалы, анықталатын унарлы функциялардың мінез-құлқын талдау арқылы модельдерді сипаттау, дөңес дәрежесі бойынша жіктеу арқылы модельдерді зерттеу және басқалары..

Зерттеудің ғылыми жаңалығы. NIP теориясының мәселесі сияқты толық теориялардың модельдерінің кеңеюінің қасиеттерін сақтау қазіргі уақытта ашық. Зерттелетін теориялар кластары қарастырылған кеңейту бойынша зерттелмеген..

Зерттеудің теоретикалық және тәжірибелік маңыздылығы: Осы бағыттағы зерттеулер толық NIP теорияларын жіктеу кезеңдерін құрайды. Кеңейту сипаты бойынша күтілетін нәтижелерді топтық, сақиналық және далалық теорияға қолдануға болады.

Диссертациялық жұмыстың басқа ғылыми-зерттеу жұмыстарымен байланысы. Аталған диссертациялық жұмыс Қазақстан Республикасы Білім

және ғылым министрлігінің жаратылыстану ғылымдары саласындағы іргелі зерттеулерді гранттық қаржыландыру бағдарламасының “Тәуелді теориялардағы типтердің қасиеттері” (2015-2017 жж., 5125/GF4), «Бұйырылған және генерациялық құрылымдық объектілерге арналған негізгі және туынды объектілер, сонымен қатар қарапайым теориялар» (2018-2020 жж., AP05132546) және “Консервативті кеңейтулер, есептегі ретке келтірілген модельдер мен тұйықталу операторлары” (2018-2020 жж., AP05134992) ғылыми жобалары аясында орындалды.

Жұмыстың апробациясы. Жұмыс нәтижелері көптеген шетелдік және отандық халықаралық конференциялар мен семинарларда ұсынылды және талқыланды:

Түркі әлемі математикалық қоғамының алтыншы конгресі (Астана, 2017);

Он екінші халықаралық жазғы мектеп-конференция «Әмбебап алгебра мен модель теориясымен байланысты мәселелер» (Эрлагол, Ресей, 2017);

«Мал’цев кездесуі» халықаралық конференциясы (Новосибирск, Ресей, Математика институты, 2017, 2018);

ASL Еуропалық жазғы кездесуі «Логикалық Коллоквиум» (Стокгольм, Швеция, 2017; Удине, Италия, 2018);

ASL Солтүстік Американдық жылдық кездесуі (Макомб, АҚШ, Батыс Иллинойс Университеті, 2018);

Алтыншы Дүниежүзілік конгресс және әмбебап логика мектебі (Вичи, Франция, 2018);

Он алтыншы логикалық конференция (Нұр-Сұлтан, 2019);

Жыл сайынғы Халықаралық сәуір математикалық конференциясы (Алматы қ., Математика және математикалық модельдеу институты, 2017, 2018, 2019, 2020) .;

Математика және математикалық модельдеу институтының алгебра және математикалық логика бөлімінің ғылыми семинарлары;

Диссертациялық жұмыстың нәтижелері көрнекті модель теориясының мамандарымен Ұлыбританияның Лидс қаласындағы Лидс Университетінде ғылыми дайындық кезінде талқыланды.

Зерттеу мақсаттарының толық орындалуын бағалау. Барлық нәтижелер жаңа және біздің әдістеріміз бен құралдарымызға негізделген. Унариалды немесе екілік предикаттармен кеңейген кезде әлсіз минималдылықты, есептік санаттылықты сақтау шарттары табылды. Сондықтан жұмыстың мақсаттары толығымен аяқталды.

Алынған нәтижелерді қолдану бойынша ұсыныстар. Модельдер теориясының осы саласында алынған нәтижелерді NIP теорияларының модельдерін, әсіресе әлсіз минималды теориялардың кеңеюін зерттеу кезінде пайдалануға болады. Сыртқы анықталатын жиынтықтар бойынша кеңею нәтижелерін алгебралық құрылымдар теориясына қолдануға болады.

Зерттеу бағытындағы жетістіктермен салыстырғанда жұмыстың ғылыми деңгейін бағалау. Шетелдік әріптестердің үздік жетістіктерімен

салыстырғанда алынған нәтижелер жоғалтпайды және толық теориялардың модельдерінің кеңеюін зерттеуге ықпал етеді.

Жарияланымдар. Диссертация нәтижелері негізінде 20 жұмыс жарияланды: 8 Журнал мақаласы (оның ішінде 3 – индекстелетін бар журналдарда, 5 – Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің Білім және ғылым саласындағы бақылау комитеті ұсынған журналдарда) және 12-Халықаралық ғылыми конференция жинақтарында.

Диссертацияның көлемі мен құрылымы. Жұмыс титулдық парақты, мазмұнын, нормативтік сілтемелерді, анықтамаларды, белгілеулер мен қысқартуларды, 5 тарауды, тұжырымдар мен сілтемелерді қамтиды. Диссертацияның жалпы көлемі 76 беттен, жұмыс 4 суретті және 101 әдебиеттен тұрады.

Диссертацияның негізгі мазмұны. Диссертацияның кіріспесіне зерттеу тақырыбының өзектілігі, жұмыстың мақсаты, жұмыстың міндеттері, диссертацияны қорғаудың негізгі ережелері, зерттеу объектісі мен зерттеу тақырыбы, зерттеу әдістері, ғылыми жаңалығы мен теориялық мәселелері кіреді және диссертациялық жұмыстың практикалық маңыздылығы, диссертациялық жұмыстың басқа ғылыми зерттеу жұмыстарымен байланысы, алынған нәтижелерге апробация, авторлық жарияланымдар, сонымен қатар диссертацияның көлемі, құрылымы мен мазмұны.

Бірінші бөлімде модельдік теорияның зерттелетін саласының қазіргі жағдайы мен қазіргі жағдайы түсіндіріледі.

Диссертацияның екінші бөлімі алдын-ала ақпарат беріп, униарлы предикаттармен модельдердің кеңеюін қарастырады.

Үшінші бөлім едәуір категориялық, әлсіз минималды теориялардың эквиваленттік қатынастарының кеңеюіне арналған. Есепке алынатын категорияны және әлсіз минималдылықты сақтау критерийін тапты.

Диссертацияның төртінші бөлімінде 1-анықталмайтын және 1-анықталмайтын санаулы категориялық, әлсіз минималды 1 дәрежелі теориялардың модельдерінің ерікті екілік кеңеюі қарастырылған.

Бесінші бөлім модель толықтығын сақтау аясындағы сыртқы анықталатын кеңейту класына бағытталған.

Бөлімнің негізгі нәтижесін түсіндіру үшін біз белгілі бір қасиеттерді сақтамайтын кеңеюдің әртүрлі мысалдарын көрсетеміз.

Қорытындыда диссертациялық жұмысты орындау барысында алынған негізгі нәтижелер тізімделеді және қорытылады.